L'ombre d'une Terre plate

Corentin Cadiou

30 juillet 2018

Introduction

Lors d'une éclipse lunaire, la lune rentre dans l'ombre de la Terre. Un effet observable à l'oeil nu est son éclaircissement, qui dure le temps de parcours de la lune au travers de l'ombre de la terre. Cette observation, effectuée par des millions de personnes est-elle en accord avec la théorie de la “terre plate” ? Supposons donc que la Terre est plate, de rayon R_T et d'épaisseur d, orientée avec un angle θ par rapport à l'axe soleil-lune au moment de l'éclipse (les trois corps sont alignés puisqu'il y a une éclipse), comme montré sur la figure 1. Notons aussi R_L le rayon de la Lune et R_S le rayon du Soleil, pour lesquels il n'est pas nécessaire de supposer qu'ils sont des disques ou des sphères et que nous assimilerons pour le moment à des points.

Faisons une disjonction de cas en fonction de l'épaisseur d de la Terre. Notons que dans toute la suite, nous utiliserons le point de vue dans lequel le Soleil et le centre de la Terre sont statiques, tandis que la Terre peut être orientée de manière arbitraire. Ce point de vue est mathématiquement équivalent à une Terre fixe avec un soleil se déplaçant à distance constante du centre de la Terre.

1 Probabilité d'une orientation particulière

Dans cette section, nous discutons de la probabilité que la Terre soit dans une orientation particulière θ. Supposons d'abord que la Terre peut former un angle θ quelconque, donné par une distribution uniforme. On a alors la probabilité que la Terre forme un angle particulier particulier θ qui vaut $p(\theta) = 1/2\pi$ et la probabilité que son orientation θ soit comprise entre

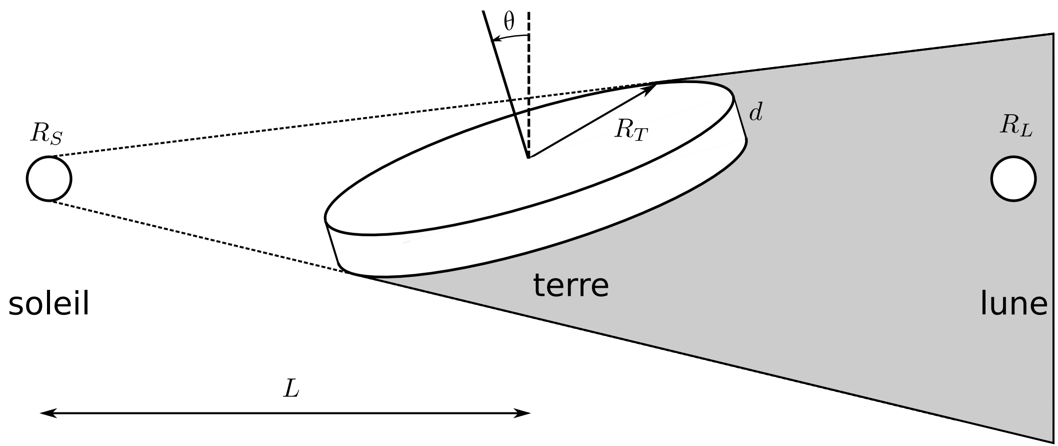

FIGURE 1 – Schéma d'une éclipse lunaire. En gris, l'ombre de la Terre.

θ_1 et θ_2

$$p(\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2) = \frac{1}{2\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \mathrm{d}\theta = \frac{\theta_2 - \theta_1}{2\pi}. \tag{1}$$

2 Scénario de Terre fine

Dans ce scénario, la Terre a la propriété suivante $d \ll R_T$ et on peut l'assimiler à un disque. L'ombre de la Terre est alors une ellipse, dont l'aplatissement dépend de l'orientation de l'axe de la Terre par rapport à l'axe Terre-Soleil. Pour simplifier, supposons que l'on soit capable d'observer une déviation d'une ombre circulaire si et seulement si le petit axe de l'ellipse est 10% plus petit que le grand axes de l'ellipse. Le petit axe a de l'ombre est donné par la formule suivante $a = R_t \sin\theta$ et le grand axe par $b = R_T$ (voir figure 2, panneau de gauche). On retrouve bien que si $\theta = 0$ (le plan de la Terre est parallèle à l'axe Soleil-Lune) alors l'ombre n'a aucune épaisseur. Si $\theta = \pi/2 = 90°$, alors l'ombre de la Terre est parfaitement circulaire ($a = b$). Dans les cas intermédiaires, le ratio entre petit et grand axes vaut $\sin\theta$. On trouve l'inclinaison minimale acceptable

$$\sin\theta_{\min} = (a/b)_{\max}. \tag{2}$$

Si on prend une variation d'au plus 10%, on a donc $(a/b)_{\max} = 1 - 0.1 = 0.9$ et donc $\theta_{\min} \approx 1.12\,\mathrm{rad} = 64°$. La Terre doit donc être inclinée d'au moins $\theta_1 = 64°$ et d'au plus $\theta_2 = 180 - 64 = 116°$, ce qui arrive avec 15 % de chance (cf. section 1, équation (1)). Puisque toutes les éclipses lunaires ont montré

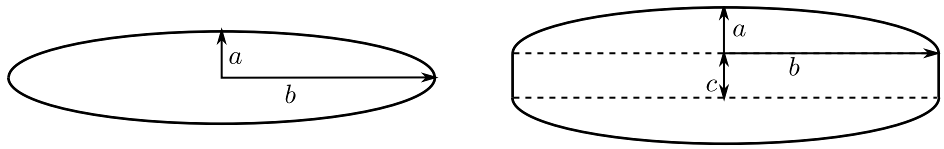

FIGURE 2 – Ombre d'un disque fin (panneau de gauche) et épais (panneau de droite).

une ombre circulaire, nous pouvons donc réfuter ce scénario, sauf si la Terre est orientée entre θ_1 et θ_2 [1]

3 Scénario de Terre épaisse

Si maintenant on prend en compte l'épaisseur d de la Terre, l'ombre n'est plus une ellipse (voir figure 1, panneau de droite). L'épaisseur projetée c vaut $c = d\cos\theta$. L'ombre a donc une "hauteur" $2a + c$ et une "largeur" $2b$. Le rapport hauteur sur largeur est alors $\tau = (2a + c)/2b$, c'est-à-dire

$$\tau = \sin\theta + \frac{d\cos\theta}{2R_T}. \tag{3}$$

Si on admet que $d/R_T \approx 1/10$ et qu'on cherche θ tel que $\tau = 0.9$, on trouve $\theta_{\min} = 1.06\,\mathrm{rad} = 61°$. L'évolution de $\theta_{\min}$ avec le rapport d/R_T est donné en figure 3. Pour une Terre "très" épaisse ($d/R_T = 0.5$), la probabilité d'avoir une image telle que $\tau \geq 0.9$ est alors de 25 %.

Conclusion

Dans cet article, nous avons introduit le concept de circularité et calculé son évolution pour l'ombre de la Terre dans un scénario de Terre plate. Nous avons discuté l'influence de l'épaisseur du disque planétaire. Nos résultats principaux sont :

1. la Terre doit former un angle supérieur à $\approx 47.5°$ pour être en accord avec les observations d'une ombre à peu près circulaire et si la Terre a une épaisseur plus faible que la moitié de son rayon ;

1. Cependant, une telle orientation poserait problème pour expliquer le phénomène d'alternance jour et nuit. En effet, la Terre serait soit en permanence au soleil, soit en permanence à l'ombre.

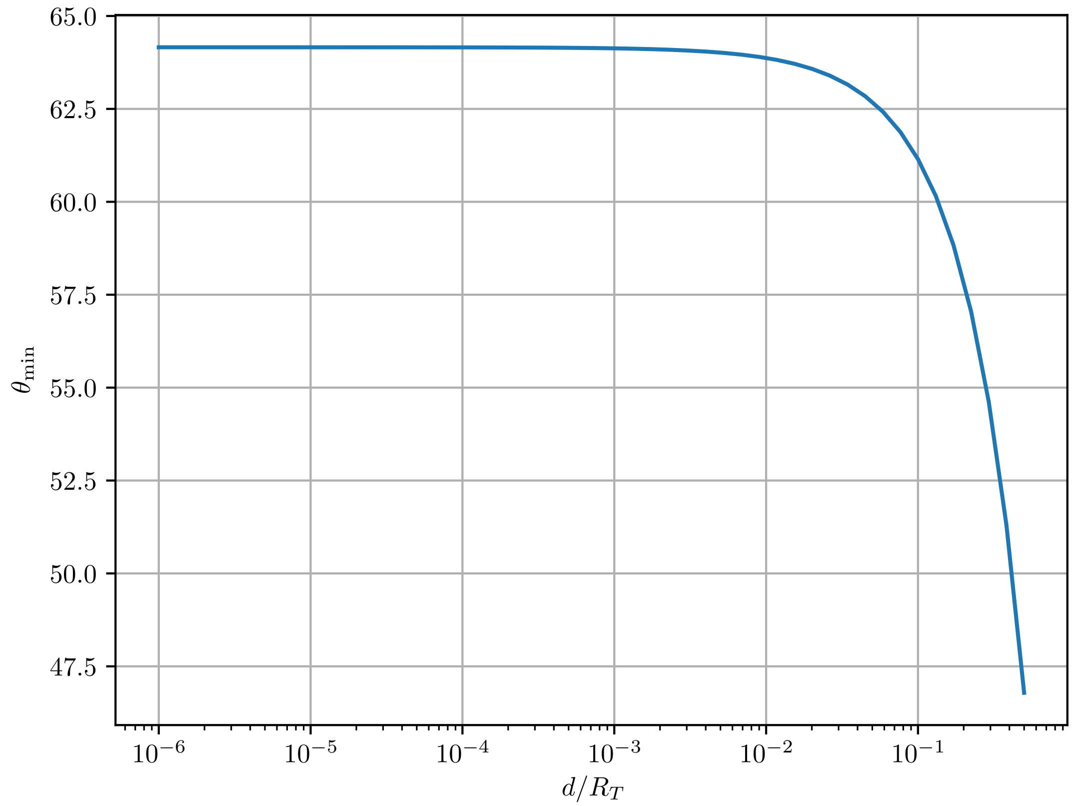

FIGURE 3 – Angle minimal pour obtenir une image “circulaire” en fonction du rapport d/R_T. Les angles sont donnés en degrés.

2. le scénario de Terre épaisse est plus probable que celui de Terre sans épaisseur. En effet, une Terre épaisse possède une plus grande probabilité (25 %) de donner lieu à une éclipse lunaire à ombre circulaire qu'une Terre sans épaisseur (15 %) ;
3. aucun des modèles ne semble expliquer le fait que toutes les éclipses montrent des ombres circulaires.

Pour aller plus loin, un modèle plus détaillé devra être élaboré. Dans ce travail préliminaire, nous n'avons pas pris en compte l'effet géométrique lié à la taille finie du Soleil que nous avons supposé ponctuel pour les calculs. De même, la distance Terre-Soleil n'a pas été pris en compte malgré son rôle sur la déformation de l'ombre. Dans une prochaine étude, nous calculerons l'évolution de la zone dite "grise" (là où le soleil est partiellement mais pas totalement occulté) en fonction de l'orientation de la Terre et de sa distance au Soleil et nous inclurons les corrections relativistes aux trajectoires des photons solaires.